МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«Ухтинский государственный технический университет»**

**(УГТУ)**

Кафедра вычислительной техники, информационных систем и технологий

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1**

Дисциплина: «Алгоритмы численных методов»

Шифр 191405 Группа ИСТ-1-19 Курс 2 Вариант 6

Пиликин Глеб Вячеславович

Проверил:

доцент кафедры ВТИСиТ Семериков А. В.

Ухта 2020

СОДЕРЖАНИЕ

[ЗАДАНИЕ 1 3](#_Toc55847524)

[ЗАДАНИЕ 2 5](#_Toc55847525)

[ЗАДАНИЕ 3 7](#_Toc55847526)

[ЗАДАНИЕ 4 10](#_Toc55847527)

[ЗАДАНИЕ 5 12](#_Toc55847528)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 15](#_Toc55847529)

# ЗАДАНИЕ 1

1. Составить программу и вычислить интеграл заданной функции на отрезке с точностью методом Симпсона (табл. 1). Сравнить точность полученных результатов с точным значением интеграла.

2. Определить, какое число отрезков разбиения обеспечило бы достижение точности при вычислении заданного интеграла по формуле трапеций.

3. В оформленной работе должны быть приведены все составленные алгоритмы или блок-схемы методов, программы и результаты расчётов.

После выполнения заданий необходимо сравнить полученные результаты и сопоставить в них верные цифры.

**Решение:**

1. Метод Симпсона:

Решение (Рисунок 1):

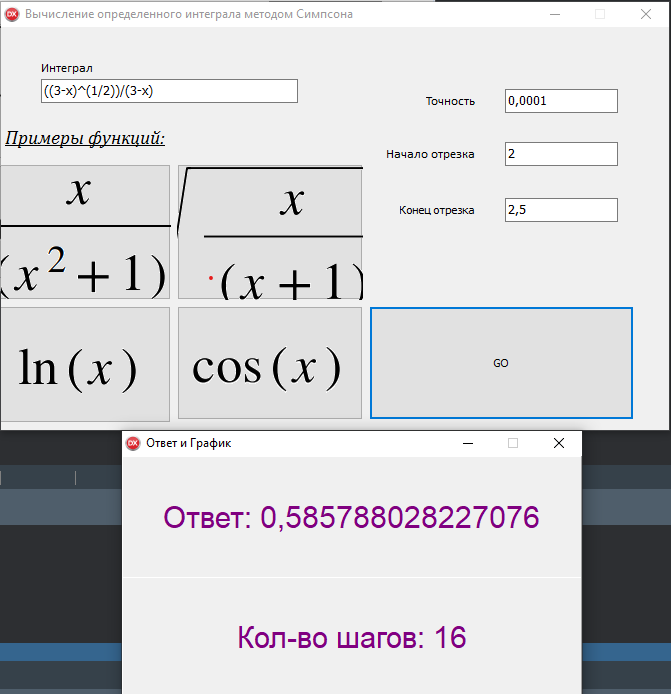


Рисунок 1 - Решение интеграла методом Симпсона

1. Метод Трапеций:

Решение (Рисунок 2):

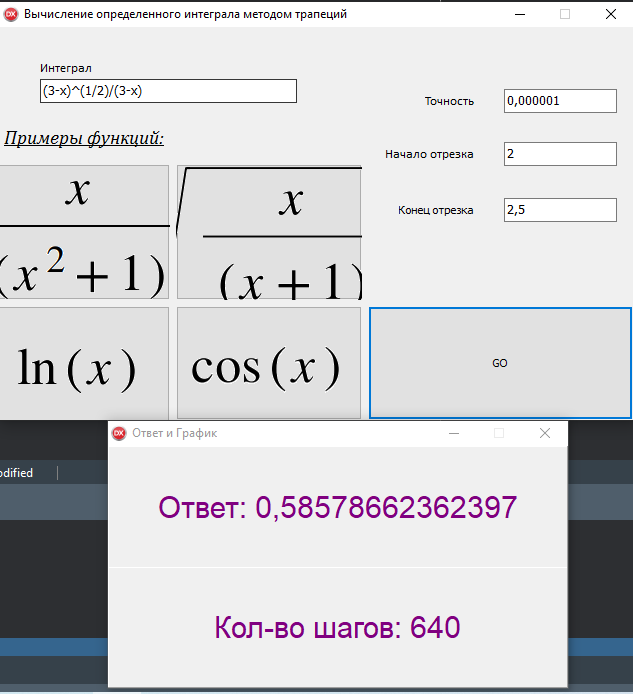


Рисунок 2 - решение интеграла методом Трапеций

1. Сравнение полученных данных с помощью методов численного интегрирования с точным решением по формуле Ньютона-Лейбница.

Результаты методов численного интегрирования сходятся с точным ответом. Но метод Симпсона оказался лучше метода Трапеций, т.к. получил необходимую точность за гораздо меньшее количество шагов.

ЗАДАНИЕ 2

1. Составить программу и вычислить производную функции на отрезке с точностью . Сравнить точность полученных результатов с точными значениями производной.

2. Вычислить производную заданной функции используя интерполяционный многочлен. Сравнить с точными значениями производной.

1. Вычисление, приближенного значения производной:

Расчеты производились по следующей формуле , где - приближенное значение производной, -значения в точках соответственно.

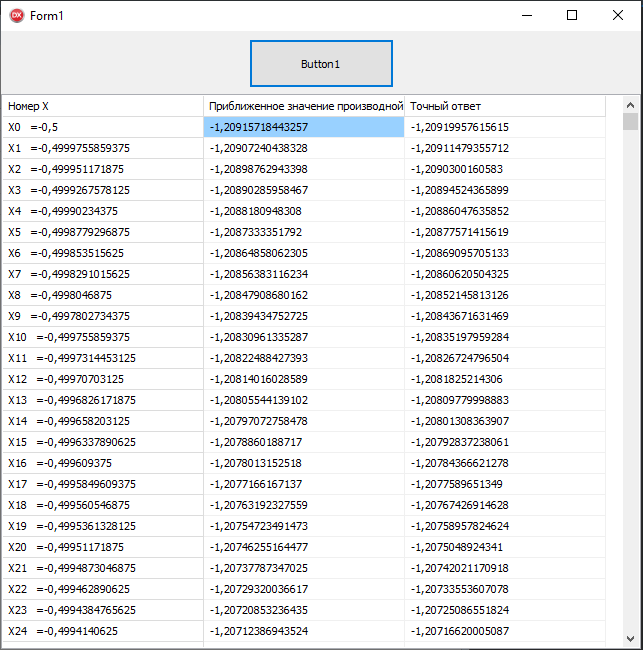


Рисунок 3 - первые несколько значений производных

Для достижения заданной точности промежуток потребовалось разбить на 40000 шагов.

1. Вычисление производной заданной функции с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа:

Многочлен Лагранжа строится по следующей формуле:

Составим таблицу значений X и Y по трем точкам, взятым на отрезке [-0.5;0.5]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X | -0,3 | 0,1 | 0,4 |
| Y | 0,092838 | 0,010034 | 0,169346 |

А теперь подставим все найденные значения в формулу:

Получим следующее уравнение, которое и будет ответом:

ЗАДАНИЕ 3

Решите СЛАУ методом Гаусса, Зейделя и методом простой итерации и сравните эффективность их использования по количеству вычислений.

А- матрица коэффициентов, В – матрица свободных членов.

* Для того, чтобы решить СЛАУ методом Гаусса. Надо матрицу коэффициентов A, привести к треугольному виду. Откуда потом уже вычислим нужные нам Xi. После приведения получаем следующие матрицы:

Отсюда следует что x3 = 2,521; x2 = -0,187; x3=1,228

Подставляем в уравнение и получаем ответы, которые показаны на Рисунок 4.

* Для того, чтобы решить СЛАУ методом итераций. Нужно СЛАУ привести к Эквивалентному виду:

И рассчитаем значения x по формуле: , где

, k - номер итерации

Так как ||||, следовательно критерий сходимости будет заданная погрешность 0,1. В качестве первого приближения x=, согласно которому найдем второе приближение, так же для более лучшего вида избавимся от дробей.

=+=

|||| =1,3122

Погрешность выше заданной, значит проводим следующую итерацию. И так до того момента, как |||| станет меньше заданной погрешности (Рисунок 4).

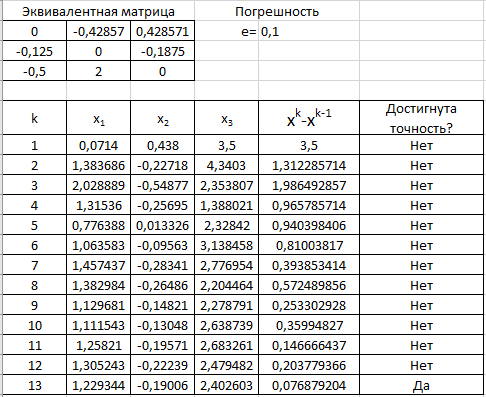


Рисунок 4 – таблица подсчёта методом простой итерации в Excel

* Для того, чтобы решить СЛАУ методом Зейделя. Нужно СЛАУ привести к Эквивалентному виду:

И рассчитаем значения x по формуле: , где

, k - номер итерации

Но есть одно отличие от метода итераций. И оно состоит в том, что мы во время итерации подставляем значения уже найденных xi в матрицу Xk на i-ое место.

=+=+=+=+=

Проводим итерации до того момента, как |||| станет меньше заданной погрешности (Рисунок 5).



Рисунок 5 – Таблица подсчёта методом Зейделя в Excel

Таким образом, самым эффективным из итерационных способов оказался метод Зейделя.

# ЗАДАНИЕ 4

Вычислите методом наименьших квадратов коэффициенты в функции , используя экспериментальные данные, и определите погрешность аппроксимации.

Таблица 1 - Экспериментальные данные

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 2,0 | 2,8 | 3,6 | 4,4 |
| y | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 |

Для начала составим систему уравнений по формуле (Рисунок 6), решив которую получи коэффициенты a,b,c.

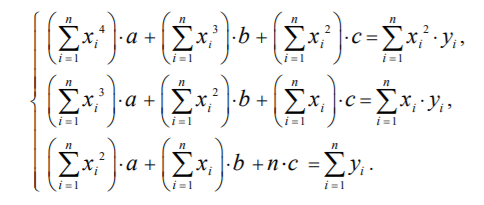


Рисунок 6 - формула по которой нужно составить СЛАУ

Полученная СЛАУ имеет вид:

Решим полученную систему уравнений матричным методом. Составим две матрицы: А – матрица коэффициентов неизвестных, В – матрица свободных членов.

Далее получим обратную матрицу матрицы А.

И по формуле , где А, В – матрицы, а Х – матрица ответов.

Подставив результаты в формулу при конкретных значениях X. Получим следующее уравнение:

Проверка:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 2,0 | 2,8 | 3,6 | 4,4 |
| y | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 |

Погрешность аппроксимации равна квадрату суммы погрешностей вычислений:

Ответ: Погрешность аппроксимации равна=

# ЗАДАНИЕ 5

Выполнить локализацию корней уравнения . Используя метод половинного деления, метод Ньютона, метод хорд, метод простой итерации определить корень уравнения с погрешностью 0,01.

* Метод половинного деления:

Метод половинного деления заключается в следующем. При условии, что функция на отрезке непрерывна, отрезок делится пополам.

Если , то является корнем уравнения. Если , то для нахождения корня выбирается отрезок или на котором функция принимает значения разных знаков. Далее этот суженный отрезок снова делиться пополам и снова определяется значение функции .

Возьмем отрезок [-4,-5] и вычисли значения функции на его концах

Поделим отрезок [-4,-5] пополам (-4-5)/2 =-4.5 и вычислим значение функции в точке -4.5. . Так как, полученное значение отрицательное, следующее половинное деление будет между -4.5 и -4 (-4-4.5)/2 =-4.25. Вычисляем значение функции в точке -4.25, если значение функции больше заданной точности, то продолжаем вычисления, если же наоборот, то половина отрезка и является ответом.

* Метод Ньютона:

При нахождении корня уравнения методом Ньютона, итерационный процесс определения корня строится на основании следующего выражения ,

Пусть на отрезке функция имеет первую и вторую производные постоянного знака и пусть. Тогда, если точка на так , что

То начатая с нее последовательность (), определяемая методом Ньютона сходится к корню уравнениям .

Процесс вычисления заканчивается при выполнении условия

Рассчитаем корень заданного уравнения на отрезке [-1,0], по формулам, данным выше и оформим решение в таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер итерации |  |  |  |
| 0 | -1 | 3 | -12 |
| 1 | -0,75 | 0,218 | -10,125 |
| 2 | -0,7284 | 0,0091 | -9,934 |
| 3 | -0,72818 |  |  |

* Метод Хорд:

В рассматриваемом методе в процессе итераций приближенное значение корня уравнения определяется точка пересечения хорды и оси абсцисс, которую можно найти по следующей формуле:

Для нахождения следующей точки надо в выражении (4.1.4.2) вместо подставить и получим

Продолжая подобным образом, можно определить корень уравнения с заданной наперед погрешностью .

Итерационный процесс заканчивается при выполнении условия

Вычислим корень заданного уравнения на отрезке [0,1] и оформим решение в виде таблицы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  | 0,363636 | 0,59 | 0,6203 |

Вычисления с программы (Рисунок 5):

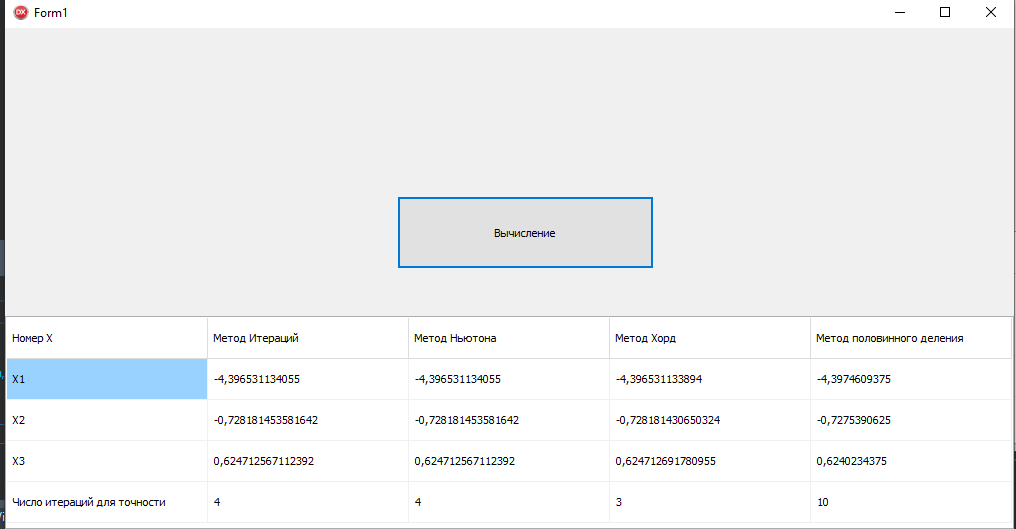


Рисунок 6 - Значения X-ов полученные разными методами

По проделанным вычисления можно сделать вывод, что самым эффективным оказался метод хорд.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демидов Б.П. Основы вычислительной математики: Учебное пособие / Демидов Б.П. Марон И.А. - СПб.: Издательство “Лань” 2011. - 672 с. - Текст: электронный.
2. Мокрова Н.В. Основы численных методов: Учебное пособие /Н.В. Мокрова, Л.Е. Суркова. –Москва : МГУИЭ, 2006. - 90с. - Текст : электронный.